

## Tematy pracy kontrolnej z matematyki - 5 PG (2009/2010)

1. Kierowca jechał z miasta A do miasta B przez 2 godziny z prędkością 60 km/h, a następnie na trasie z miasta B do miasta C przez godzinę jechał w korkach z prędkością 30 km/h. Wyznaczyć średnią prędkość kierowcy na drodze z miasta A do miasta C.
2. W klasie Bartka jest 17 chłopców. W dniu nieobecności Bartka w szkole przeprowadzono pomiary wzrostu chłopców w jego klasie i uzyskano średnią arytmetyczną  $\bar{x} = 175,2$  cm. Bartek ma 191 cm wzrostu i był jedynym chłopcem nieobecnym w dniu przeprowadzenia pomiarów. Podać średnią wzrostu wszystkich chłopców w tej klasie.
3. Wyznaczyć medianę, średnią i odchylenie standardowe wyników 8, 6, 1, 23, 2, 14, 19, 7. Do tych wyników dopisać takie dwa, aby średnia arytmetyczna nie uległa zmianie.
4. Do serii wyników 1, 2, 6, 7, 8, 14, 19, 23 dopisać jeden tak, aby średnia arytmetyczna wzrosła o 1.
5. W tabeli przedstawiono wyniki pewnego egzaminu.

	Egzamin		Razem	Odsetek zdanych egzaminów
	zdany	niezdany		
Liczba kobiet	20			
Liczba mężczyzn		3		
Razem		6		0,93

Uzupełnić dane i obliczyć:

- a) Ile procent kobiet zdało egzamin?
  - b) Ile procent mężczyzn zdało egzamin?
  - c) Ile procent osób przystępujących do egzaminu stanowiły kobiety?
6. Na ile sposobów mogą ustawić się w kolejce cztery osoby?
  7. Obliczyć ile jest liczb trzycyfrowych
    - a) o cyfrach różnych od zera i różnych między sobą,
    - b) o cyfrach różnych od zera.
  8. Liczby palindromiczne to takie liczby, które czytane od lewej do prawej i od prawej do lewej są sobie równe. Obliczyć ile jest liczb trzycyfrowych palindromicznych o wszystkich cyfrach nieparzystych.
  9. Z grupy 8 osób co miesiąc wybierane są 2 osoby reprezentujące tę grupę, przy czym zawsze musi zmienić się co najmniej jedna osoba. Przez ile miesięcy możliwe jest wybieranie różnej reprezentacji?
  10. Kierowca samochodu dysponuje pięcioma oponami. Trzy z nich są jednego rodzaju, dwie drugiego. Przepisy o bezpieczeństwie jazdy zalecają, by dwie opony z przodu i dwie opony z tyłu były tego samego rodzaju. Na ile sposobów kierowca może nałożyć te opony, aby spełnić warunki bezpiecznej jazdy?
  11. Dany jest zbiór liczb. Prawdopodobieństwo wylosowania z tego zbioru liczby parzystej jest równe  $\frac{1}{2}$ , liczby podzielnej przez 6 jest równe  $\frac{1}{6}$ , a liczby parzystej i podzielnej przez 6 jest równe  $\frac{1}{12}$ . Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania z tego zbioru
    - a) liczby parzystej lub podzielnej przez 6,
    - b) liczby, która nie jest podzielna przez 6.
  12. W przestrzeni zdarzeń  $\Omega$  dane są zdarzenia  $A, B$  takie, że  $A \subset B$ ,  $P(A) = 0,2$ ,  $P(B) = 0,5$ . Obliczyć  $P(A \cup B)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(B \setminus A)$ ,  $P(A')$ .
  13. Przestrzeń zdarzeń elementarnych  $\Omega$  ma 50 elementów. Zdarzenia  $A$  i  $B$  są zawarte w tej przestrzeni. Zdarzenie  $A$  ma 30 elementów, zdarzenie  $B$  ma 15 elementów, a ich część wspólna 5 elementów. Obliczyć prawdopodobieństwa zdarzeń  $A \cup B$ ,  $A' \cap B'$ ,  $A' \cup B'$ ,  $A' \cap B$  przy założeniu, że wszystkie zdarzenia elementarne są jednakowo prawdopodobne.
  14. Ze zbioru składającego się z wszystkich odcinków, które łączą dwa dowolne wierzchołki pięciokąta foremnego wybieramy losowo jeden odcinek. Obliczyć prawdopodobieństwo wylosowania przekątnej pięciokąta.

15. Zamek szyfrowy w walizce ma kod 4-cyfrowy. Roztargniony właściciel pamięta, że w kodzie tego zamka są tylko cyfry 4, 6, 8 i jedna z nich powtarza się na dwóch początkowych miejscach.
- Wypisać wszystkie możliwe kody spełniające podane warunki.
  - Obliczyć prawdopodobieństwo wybrania właściwego kodu spośród wszystkich możliwych kodów spełniających podane warunki.
16. Trzycyfrowa liczba mniejsza od 500 jest losowo utworzona z cyfr 1, 3, 5, 7, 9. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że jest to liczba podzielna przez 5, jeśli cyfry w liczbie
- mogą się powtarzać,
  - nie mogą się powtarzać.
17. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że w wyniku rzutu dwoma kostkami otrzymamy:
- w sumie ponad 9 oczek,
  - na obu kostkach ten sam wynik,
  - na obu kostkach inny wynik,
  - w sumie ponad 9 oczek i na obu kostkach wynik parzysty.
18. Torebka budyniu waży około 40 g. Dokładniejsze dane podają, że 68 % torebek ma wagę pomiędzy 38 g a 42 g. Z pozostałych torebek połowa waży mniej niż 38 g, a połowa więcej niż 42 g. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że kupiona w sklepie torebka budyniu waży ponad 42 g.
19. Spośród krawędzi oraz przekątnych ścian sześcianu wybieramy losowo cztery i zaznaczamy kolejno wybrane odcinki. Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że wylosowane odcinki tworzą:
- kwadrat,
  - prostokąt.
20. W loterii jest 20 losów wygrywających. Pozostałe  $n$  losów to losy przegrywające. Gra polega na wybraniu jednego losu. Wyznaczyć wartość  $n$  wiedząc, że prawdopodobieństwo wygranej wynosi  $\frac{1}{6}$ .
21. W sześcianie o podstawie dolnej  $ABCD$  i górnej  $A'B'C'D'$  wyznaczyć miarę kąta pomiędzy:
- przekątnymi  $AB'$  i  $AD'$  dwóch sąsiednich ścian,
  - bokiem  $AD$  i przekątną  $AB'$ ,
  - przekątną sześcianu  $AC'$  i przekątną podstawy  $AC$ ,
  - przekątnymi sześcianu  $AC'$  i  $BD'$ .
22. Wykazać, że jeżeli w graniastosłupie prawidłowym czworokątnym kąt między przekątną podstawy a przekątną ściany bocznej wychodzącą z tego samego wierzchołka ma miarę  $60^\circ$ , to graniastosłup ten jest sześcianem.
23. Dany jest romb  $ABCD$ , w którym  $|\sphericalangle CAB| = 60^\circ$ ,  $|AB| = 6$ . Trójkąt  $ABC$  jest podstawą ostrosłupa  $ABCS$ , a punkt  $D$  jest spodkiem wysokości tego ostrosłupa. Wyznaczyć tangens kąta zawartego między najdłuższą krawędzią boczną a podstawą ostrosłupa wiedząc, że wysokość tego ostrosłupa jest równa 12.
24. W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym kąt między krawędzią boczną a wysokością ostrosłupa ma  $45^\circ$ . Obliczyć
- miarę kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy,
  - tangens kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.
25. W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym o krawędzi podstawy długości 4 i krawędzi bocznej o długości 8 wyznaczyć
- miarę kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy,
  - cosinus kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy.
26. Obliczyć długość przekątnej prostopadłościanu o krawędziach długości 8 cm, 11 cm i 16 cm.
27. W prostopadłościanie  $ABCD A'B'C'D'$  dane są  $|AB| = 3$ ,  $|BC| = 4$  i  $\sin \sphericalangle CAC' = \frac{2}{3}$ . Obliczyć objętość tego prostopadłościanu.
28. Wysokość prostopadłościanu  $ABCD A'B'C'D'$  równa jest 4. Kąt nachylenia przekątnej  $AD'$  ściany bocznej do płaszczyzny podstawy  $ABCD$  jest równy  $60^\circ$ , a kąt nachylenia przekątnej  $AC'$  prostopadłościanu do płaszczyzny podstawy  $ABCD$  jest równy  $45^\circ$ . Obliczyć objętość tego prostopadłościanu.

29. Firma X sprzedawała kawę w puszkach w kształcie graniastosłupa prawidłowego czworokątnego. Ponieważ inne firmy także zaczęły używać opakowań w tym kształcie w firmie X zdecydowano, że nowe puszki będą miały kształt graniastosłupa prawidłowego trójkątnego. Obliczyć o ile procent wyższe będą nowe opakowania, jeżeli długość krawędzi podstawy wzrośnie o 30 %, a pojemność opakowania nie ulegnie zmianie.
30. Sześcian i ostrosłup prawidłowy czworokątny mają w podstawie kwadrat o boku długości 8. Wyznaczyć wysokość ostrosłupa wiedząc, że
- objętość ostrosłupa jest równa objętości sześcianu,
  - pole powierzchni całkowitej ostrosłupa jest równe polu powierzchni całkowitej sześcianu.
31. Podstawą ostrosłupa jest prostokąt o polu równym  $16\sqrt{3}$ . Dwie ściany boczne są prostopadłe do płaszczyzny podstawy, a pozostałe są do niej nachylone pod kątem  $60^\circ$  i  $45^\circ$ . Wyznaczyć długości boków podstawy oraz wysokość tego ostrosłupa.
32. Obliczyć pole powierzchni całkowitej i objętość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego, w którym przekątna podstawy ma długość  $10\sqrt{2}$ , a przeciwległe ściany boczne są do siebie prostopadłe.
33. Obliczyć objętość walca, w którym
- przekrój osiowy jest kwadratem o polu powierzchni 144,
  - przekrój osiowy jest prostokątem o przekątnej długości  $3\sqrt{5}$  i stosunku boków 2:1,
  - wysokość jest trzykrotnie dłuższa od średnicy podstawy i pole powierzchni całkowitej jest równe  $56\pi$ ,
  - obwód podstawy jest równy wysokości i pole powierzchni bocznej wynosi  $100\pi^2$ .
34. Wyznaczyć wysokość i pole podstawy walca o polu powierzchni bocznej  $12\pi^2$  i objętości również równej  $12\pi^2$ .
35. Torciki w czekoladzie w kształcie walca o niewielkiej wysokości pakowane są do pudełek w kształcie graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego. Średnica podstawy torcika jest równa 18 cm. Uzasadnić, że aby torciki zmieściły się w pudełku wystarczy, by krawędź podstawy pudełka miała długość większą niż 104 mm.
36. Obliczyć pole powierzchni całkowitej stożka, w którym
- wysokość i średnica podstawy są równe  $4\sqrt{3}$ ,
  - tworząca o długości 10 jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem  $30^\circ$ ,
  - przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym o przeciwprostokątnej długości 8,
  - objętość jest liczbowo równa polu podstawy, a cosinus kąta między tworzącą a wysokością jest równy  $\frac{12}{13}$ .
37. Wycinek koła o kącie środkowym  $90^\circ$  i promieniu  $R=10$  zwinięto w stożek. Wyznaczyć pole powierzchni bocznej tego stożka.
38. Wyznaczyć objętość bryły powstałej w wyniku obrotu półkola o promieniu 2 wokół prostej:
- zawierającej średnicę tego półkola,
  - będącej symetralną średnicy tego półkola.
39. Pole powierzchni kuli  $K_2$  jest dwukrotnie większe niż pole powierzchni kuli  $K_1$ . Wyznaczyć stosunek objętości tych kul.
40. Lampa (punktowe źródło światła) jest oddalona od ściany o 2 m. Nieprzezroczysta kula o promieniu 20 cm jest umieszczona między lampą a ścianą tak, że jej środek jest równo oddalony od lampy i ściany. Obliczyć promień cienia na ścianie.